

JAUME BALMES: NOTES I ESCRITS MATEMÀTICS

M. ROSA MASSA-ESTEVE

Departament de Matemàtica Aplicada I.
Centre de Recerca per a la Història de la Tècnica.
Universitat Politècnica de Catalunya

Jaume Balmes: notes and writings on mathematics

Jaume Balmes (1810-1848), conegut com a filòsof i com a publicista catòlic, va exercir durant quatre anys (1837-1841) com a professor de matemàtiques a la Càtedra de Matemàtiques de Vic. Encara que la bibliografia sobre Balmes i les seves obres és molt nombrosa, hi ha pocs textos que es refereixin específicament a l'aspecte matemàtic. En aquest article ens proposem analitzar algunes idees matemàtiques de Balmes tant pel que fa a la seva creença en la matemàtica com a base de progrés, com a la part més teòrica a la qual va contribuir amb els seus escrits.

Jaume Balmes (1810-1848), well-known as a philosopher and as a Catholic publicist, taught for four years (1837-1841) as a professor of mathematics at the «Càtedra de Matemàtiques» in Vic. Although the bibliography on Balmes' works is very extensive, there are few texts that refer to mathematical aspects. In this study we intend to analyze some ideas of Balmes concerning his belief in mathematics as a basis of progress as well as in its more theoretical aspects, to which he contributed with his writing.

Paraules clau: Jaume Balmes, matemàtiques, Catalunya, Vic, segle XIX.

Keywords: Jaume Balmes, mathematics, Catalonia, Vic, XIXth century.

1. Jaume Balmes: filòsof i matemàtic¹

Jaume Balmes va néixer a Vic el 28 d'agost de 1810. Va estudiar al Seminari de la seva ciutat natal i a la Universitat de Cervera, on es doctorà en teologia (1835). Fou ordenat sacerdot a Vic (1834), on ensenyà, com veurem, matemàtiques i s'interessà per la literatura. Les seves preferències s'orientaren envers l'apologètica i la sociologia; la primera, tractada en opuscles i en llibres sistemàtics, i la segona, en revistes i assaigs publicats en les revistes barcelonines *La Religión*, *La Civilización* (publicada per ell entre 1841-1843 en col·laboració amb Roca i Cornet i amb Ferrer i Subirana) i *La Sociedad* (1843-1844), redactada per ell tot sol. Només va viure 38 anys, ja que va morir el 9 de juliol de 1848 de tuberculosi.

Encara que la bibliografia sobre Balmes i les seves obres és molt nombrosa hi ha pocs textos que tractin dels seus escrits matemàtics.² En aquest article ens

1. Sobre la vida de Balmes, vegeu GARCÍA DE LOS SANTOS, Benito. *Vida de Balmes*. Madrid, 1848; SELGA, Miguel. «Notas, textos y comentarios. Balmes, profesor de Matemáticas». *Pensamiento*, vol. 5 (1949), p. 53-70, i CASANOVA, Ignasi. *Balmes: la seva vida, el seu temps, les seves obres*. Barcelona, 1932.

2. Els textos que versen sobre les matemàtiques de Balmes són escassos. Podem citar l'article de NÚÑEZ, Josep M. «La cultura matemàtica en l'obra de Jaume Balmes». *Ausa* [Vic], XVI, 135 (1995), p.

proposen analitzar les idees matemàtiques de Balmes tant pel que fa a la seva creença que la matemàtica és la base del progrés com a la part més teòrica a la qual va contribuir amb algun dels seus escrits.

2. L'establiment de la Càtedra de Matemàtiques de Vic³

L'any 1835, després de la crema de convents i de la política de desamortització i secularització, es van tancar moltes escoles religioses. Diverses entitats culturals i filantròpiques —com ara l'Academia Barcinonense de Primera Instrucción, la Sociedad de Amigos de la Instrucción i la Sociedad Barcelonesa de Amigos del País— es van disposar a crear centres de primer ensenyament, primer ho van fer a Barcelona i més tard van promoure la fundació de diverses càtedres a diverses ciutats de Catalunya.

El 8 de desembre de 1835 una delegació de la Sociedad Económica de la Provincia de Barcelona establecida en Vich, encapçalada per Francesc de Ferrer i Lluçà Subias, va presentar una memòria a l'Ajuntament on afirmaven que atenent a la prosperitat de la ciutat i de tota la nació i al compliment dels seus deures, estimaven de gran necessitat l'establiment de l'ensenyança de Matemàtiques i Dibuix a la ciutat de Vic. L'Ajuntament vigatà va acceptar la proposta formant una comissió per elaborar el Pla i Reglament de les dues Escoles, la de Matemàtiques i la de Dibuix.

Aquest Pla i Reglament va ser presentat el 29 d'abril de 1836. En el Pla s'explicava que s'hauria de formar una Junta constituïda per un regidor, un membre de la Sociedad Económica, un de la noblesa, un altre del comerç, un de la classe de fabricants, i un altre de la dels artesans, essent presidida per l'alcalde. Les atribucions principals de la Junta eren: vetllar per la conservació de la institució; nomenar els professors i altres dependents de l'establiment; admetre i separar els alumnes a proposta dels professors; presidir els exàmens públics que se celebrarien tots els anys, etc.

El Reglament per la Càtedra de Matemàtiques contenia onze articles i, entre altres coses, establia que el curs es dividiria en dos anys, amb un horari de classe de dues hores i mitja diàries. El primer any s'explicaria tota l'aritmètica i l'àlgebra fins a la resolució d'equacions de segon grau; també s'hi inclourien aplicacions al càlcul comercial i la geometria elemental. El segon any s'explicaria la geometria pràctica i la trigonometria, l'aplicació de l'àlgebra a la geometria i els principis de mecànica i dinàmica.

267-276, que està dedicat a estudiar la influència exercida pel *Compendio* de Vallejo, així com a descriure els articles d'índole matemàtica recollits als *Escritos póstumos* de Balmes. També el de LUSA MONFORTE, Guillermo. «Balmes, las matemáticas del industrialismo». A: *Actes de la VI Trobada d'Història de la Ciència i de la Tècnica*. Barcelona: SCHCT, 2002, p. 141-150, que analitza el rol de les matemàtiques en dos dels textos de Balmes: *El Plan de Enseñanza para la Cátedra de Matemáticas de Vic* (1837) i el *Discurso Inaugural de la Cátedra de Matemáticas de Vic* (1837).

3. Es poden consultar més dades sobre el funcionament de la Càtedra de Matemàtiques de Vic a CUNILL, S. «Balmes, professor de matemàtiques». *Catalunya Social*, núm. 7 (1927), p. 868-871; a LUSA MONFORTE, *op. cit.*, p. 144-145, i a BERNAT, Pasqual. «Fent Matemàtiques». *Científics*. Vic: Centre d'Estudis Socials, 2006, p. 1-10 (Vicgrafies; 4).

Els exàmens serien públics, havent de presentar cada professor un programa amb les matèries a tractar, l'ordre a seguir i el nom i cognoms dels examinands. En començar el curs acadèmic el professor hauria de pronunciar un discurs sobre la importància de les matemàtiques. La Càtedra estaria dotada amb 6.000 rals anuals. Pel que fa als alumnes, fills o residents de Vic, haurien de tenir almenys dotze anys i ser coneixedors de les quatre operacions aritmètiques. El Pla i el Reglament foren aprovats per l'Ajuntament i ratificats per la Diputació de Barcelona el 10 de gener de 1837.

Des de l'any 1835 Balmes es trobava a Vic després d'haver-se doctorat en Teologia a la Universitat de Cervera. En assabentar-se que s'estava gestant una Càtedra de Matemàtiques a la ciutat i considerant que ser professor era una manera d'ocupar-se dignament de l'ensenyament d'aquesta ciència, a la qual era molt aficionat des de l'època universitària, decidí presentar la seva sol·licitud a aquesta institució. Al concurs per proveir la Càtedra de Matemàtiques, a més de Balmes s'hi van presentar dues persones més, un mestre i un oficial d'artilleria, amb documentacions que acreditaven la seva capacitat per impartir classes de matemàtiques. Segons explica un dels seus biògrafs, el seu amic Benito García de los Santos, Balmes es va presentar al president del Tribunal, que li va preguntar si havia fet cursos de matemàtiques [en alguna universitat], i ell va contestar que no, «no las he cursado, las he estudiado». Per convèncer el Tribunal, Balmes va prometre redactar una memòria explicativa del mètode que pensava seguir a les seves classes. Així ho va fer i sembla que aquesta memòria —que analitzarem al següent apartat— va ser determinant per al nomenament definitiu de Balmes.

Balmes va romandre al front de la Càtedra de Matemàtiques de Vic durant quatre cursos acadèmics, des d'octubre de 1837 fins a juliol de 1841, data en què es va traslladar a Barcelona amb la seva família. Durant els anys següents, fins a la seva mort el 1848, va viure dedicat al periodisme polític i a la seva feina d'escriptor.

3. Escrits matemàtics de Balmes

Descriurem alguns dels escrits matemàtics de Balmes per analitzar les seves idees matemàtiques i aclarir algunes de les seves aportacions teòriques. En primer lloc explicarem els dos textos que va presentar, un per obtenir la Càtedra de Matemàtiques i l'altra com a discurs inaugural d'aquesta Càtedra. A continuació descriurem les idees matemàtiques que es desprenen dels seus escrits i analitzarem una de les observacions teòriques de les seves notes matemàtiques, inèdites a la seva mort.

3.1. *Memoria o Plan de enseñanza para la cátedra de matemáticas de Vich (1837)*⁴

En les primeres línies de la seva *Memoria* per optar a la Càtedra de Vic, Balmes indica «la direcció que desea dar a la enseñanza», d'acord amb la seva idea

4. Tant *La Memoria* com *El discurso* es troben al volum VIII de les *Obras completas* de Balmes, publicades el 1948 (Madrid: Biblioteca de Autores Cristianos, p. 546-561 i p. 562-582), respectivament. Van ser publicades també el 1909 en un volum titulat *Escritos póstumos del Dr. D. Jaime Balmes*. Barcelona: Imprenta Barcelonesa, 1909, p. 136-156 i p. 157-174.

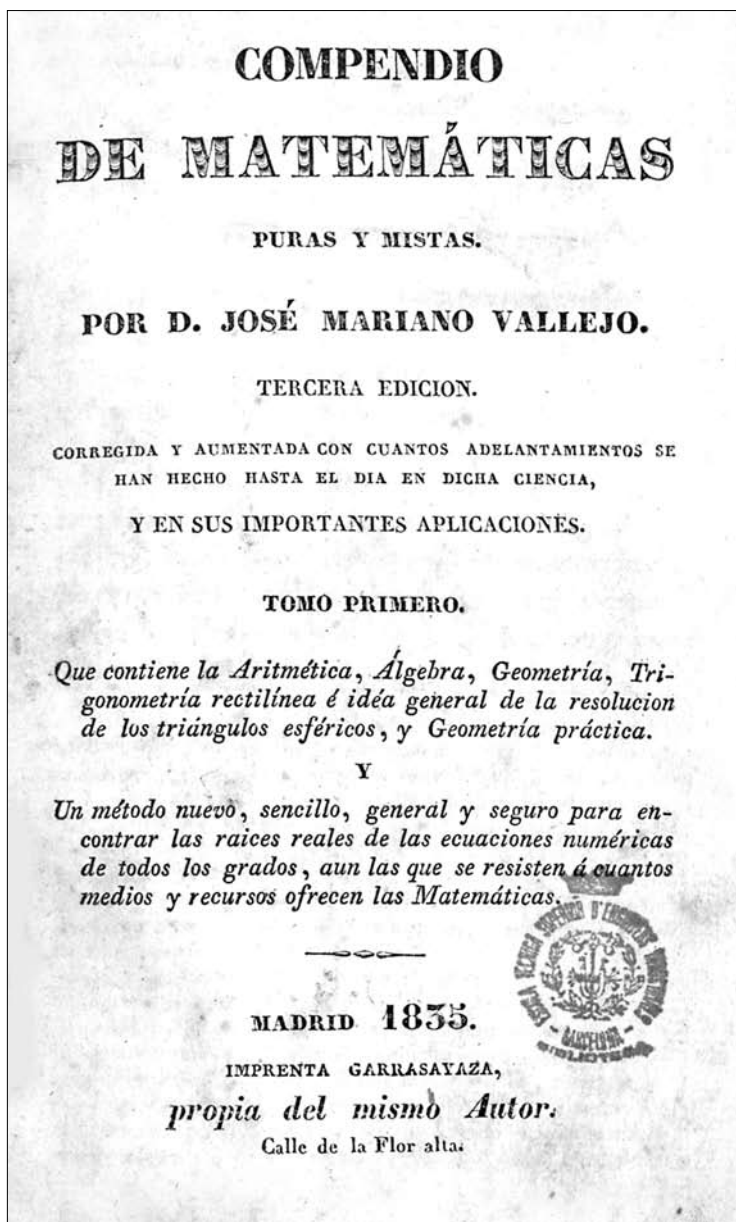
del «verdadero objeto del establecimiento de esa cátedra», que no és altre que «propagar el conocimiento de las matemáticas para el fomento de las ciencias y las artes». A continuació es pregunta sobre el mètode més adequat per a la fi expressada, així com sobre l'extensió que ha de donar-se al programa, apuntant-ne les dificultats per trobar una bona obra de text elemental. Pel que fa al mètode, critica «dos vicios opuestos» molt freqüents: la «superficialidad y escasez de la rutina» i «el exceso de elevación y abundancia». Per salvar ambdós esculls proposa dedicar especial atenció als conceptes fonamentals, a «ciertos puntos capitales dominantes que, una vez entendidos, facilitan la inteligencia de todos los otros». I Balmes prossegueix: «El catedrático ha de presentar la ciencia bajo un aspecto sencillo para que puedan recoger las luces necesarias para sus respectivas carreras el comerciante, el artesano o el que trate de dedicarse a otros ramos más elevados». Però cal donar a l'ensenyament de les matemàtiques una «dirección atinada», de manera que al cap de poc temps el catedràtic «pueda decir a la ciudad: yo he contribuido a mejorar y multiplicar tus fábricas, a dar mayor regularidad, solidez y elegancia a tus edificios, a vivificar y ensanchar tu comercio, a dar mejores direcciones a tus caminos para la mayor rapidez, comodidad y economía en los transportes, a fertilizar y hermostrar tus campiñas con planes de canalización y de riego». Per reafirmar aquest raonament, Balmes indica que la principal indústria de la ciutat de Vic —els teixits de cotó— també és deutora de les matemàtiques, ja que «nadie ignora que los conocimientos mecánicos están fundados en los conocimientos matemáticos, tanto, que forman un ramo de la parte que se llama matemáticas mixtas».⁵

Les restants pàgines de la *Memoria* estan dedicades a presentar i comentar el programa de l'assignatura en les seves diferents parts: Aritmètica, Àlgebra, Geometria elemental, Trigonometria rectilínia, Geometria pràctica, Aplicació de l'Àlgebra a la geometria i Principis d'estàtica i dinàmica.

L'escrit acaba justificant el text proposat per a l'ensenyament de l'assignatura, el *Compendio de Matemáticas puras y mixtas* de José Mariano Vallejo (vegeu fig. 1).⁶

5. Les matemàtiques mixtes que ja des del segle XVII s'havien incorporat als textos de matemàtiques, abraçaven moltes de les matèries que avui dia són disciplines autònomes com ara la física, l'òptica, l'arquitectura, etc.

6. José Mariano Vallejo y Ortega (1779-1846) va néixer a Albuñuelas (Granada) i va estudiar a la Universitat de Granada. El 1801 va ser proposat professor de matemàtiques de la Real Academia de San Fernando i va fer treballs de topografia a Madrid. El 1802 va obtenir per oposició la Càtedra de Matemàtiques en el Real Seminario de Nobles de Madrid. El 1819 va publicar la primera edició de *Compendio de Matemáticas puras y mixtas*, en dos volums que tracten d'Aritmètica, Àlgebra, Geometria, Trigonometria rectilínia i esfèrica, Geometria pràctica, Geometria analítica, Funcions, Sèries, Límits, Càlcul Diferencial, Càlcul Integral, Càlcul de Probabilitats i també alguns capítols de Física, com ara Mecànica, Òptica, etc. El 1823 es va exiliar, va recórrer diversos països europeus: França, Bèlgica, Holanda, Anglaterra, on va mantenir contactes amb savis eminents, com ara Laplace, i va retornar a Espanya el 1832. Va publicar quatre edicions del *Compendio* (1819-1826-1835-1840), obra que va ser adoptada per la Dirección General de Estudios com a text a les universitats i col·legis. Vegeu el pròleg de Vallejo al primer volum, explicant aquesta circumstància, VALLEJO, J. M. *Compendio de Matemáticas puras y mixtas*. 1835, p. V. Sobre l'obra de Vallejo vegeu: GARMA, Santiago. «Las matemáticas en España en los principios del siglo XIX. D. Joseph Mariano Vallejo». *Revista de Occidente*, núm. 118 (1973), p. 105-114.

Figura 1. Portada del *Compendio de Matemáticas puras y mixtas*, de Vallejo.

Balmes argumenta:

*«Esta obra es tal como debía esperarse de un hombre que ocupa, sin disputa, un lugar muy distinguido entre los matemáticos de Europa. Orden excelente en las materias, claridad y exactitud en las ideas, rigor y hasta escrupulosidad en las demostraciones, severidad, sencillez y desembarazo en los métodos, convicción y elegancia en las fórmulas, prudente sobriedad para no decir sino lo necesario o muy útil, un fino discernimiento para no omitir nada de cuanto pueda fecundar el talento de los jóvenes, a la par de sumo cuidado para ponerlos al alcance de los últimos adelantos: he aquí a mi entender los caracteres de esta obra preciosa.»*⁷

Balmes segueix explicant les virtuts d'aquests volums i acaba demanant que l'acceptin com a professor, si no pel seu talent, pel seu desig de contribuir al bé de la societat:

«El infrascrito, que ha tenido el honor de exponerle a la consideración de V. S., no se lisonjea de poseer ni las luces, ni los talentos, ni aquel juicioso discernimiento que se necesitan para plantearle en todas sus partes; pero, si algo pueden el vivo deseo de contribuir al bien de la sociedad, el ardiente anhelo de la felicidad de su patria y un interés entusiasta para el progreso de las ciencias y las artes, se propondría acometer esta ardua empresa, superior, sin duda, a sus reducidos alcances, más no a su ardor y a sus deseos.»

3.2. *Discurso inaugural de la cátedra de matemáticas de Vich, pronunciado en 1º de octubre de 1837*

El *Discurso inaugural* complementa els pronunciaments de la *Memoria*. Comença amb un cant a «los prodigios de la instrucción» i amb la denúncia a l'*xinmenso y funesto vacío que deja su olvido*.⁸ Posa d'exemple Grècia i Egipte, abans famosos pel seu saber i la seva brillant cultura; en canvi, ara, per haver descuidat la instrucció, es troben sotmesos a la més «estúpida» ignorància. També parla d'Espanya argumentant:

*«¿Qué causa podría señalarse del atraso que en España se padece, con respecto a las ciencias naturales y exactas, atraso que se extiende por necesidad a todos los ramos, agrícolas, fabriles y mercantiles, sino la falta de establecimientos de instrucción en la materia?... ¿Qué importaba que el gobierno procurase llenar en parte ese inmenso vacío, planteando algunos establecimientos en las ciudades de primer orden?»*⁹

7. BALMES, Jaime. *Discurso inaugural de la Cátedra de Matemáticas de Vich*. 1837, pub. 1909, p. 154.

8. Lusa comenta en el seu article que Balmes tenia mèrit en fer aquesta denúncia, ja que pocs anys abans el dominic Francisco Xarrié havia fet un panegíric de la ignorància en un discurs pronunciat en una de les festes més solemnes. Xarrié havia estat professor i examinador de Balmes a la Universitat de Cervera. Més tard va ser un dels principals animadors d'«una especie de universidad carlista en miniatura», dependent de la carlista Junta Superior Gubernativa del Principado de Cataluña, a imitació de la Universidad de Oñate en el Monestir de Sant Pere de la Portella (Lluçanès). Vegeu LUSA MONFORTE, *op. cit.*, p. 147.

9. BALMES, *Discurso inaugural...*, *op. cit.*, p. 159.

Després d'aclarir que s'han de crear institucions a més localitats, Balmes exposa la seva tesi principal: «*La situación actual de la sociedad, con respecto a la industria y comercio, y razones morales de alta importancia, exigen el fomento de las matemáticas y del dibujo*». La indústria i el comerç s'han col·locat en una posició tan avantatjosa i dominant —prossegueix Balmes— «*que han llegado a crear en el centro de la sociedad como un poder de nueva clase*». Comencen ara cinc pàgines on Balmes explica l'evolució social i els avenços tecnològics realitzats pels éssers humans. Des dels homes primitius que caçaven, lluitaven i a vegades navegaven, passa a enumerar les primeres civilitzacions a Tiro, Alexandria i Roma. A mesura que els pobles van avançar en civilització i cultura, es van fer necessaris la indústria i el comerç. Cita Venècia com una de les primeres ciutats mercantils i ja tot seguit descriu el que va representar per al món occidental el descobriment d'Amèrica, nous territoris per al comerç i noves riqueses. Cita també Holanda, país petit i pantanós, però molt important per la seva indústria fabril i, és clar, Anglaterra que li va arravatar la supremacia, ja que la Llotja de Londres va succeir la d'Amsterdam. Anglaterra, argumenta Balmes, va saber lloar els seus científics; així, quan Newton va morir se li van dedicar lloances similars a les d'un rei. I afegeix: «*La nación que desprecie el fomento de la industria y el comercio se condena a la humillación, a la nulidad política y a la escasez y miseria*». Ara bé, es pregunta Balmes:

«¿qué adelanto de monta pueden hacer estos ramos (la industria y el comercio) sin el auxilio de las matemáticas y dibujo? Utilidad y belleza, he aquí el programa de las artes, y ni una ni otra pueden alcanzarse sin aquellos conocimientos. Sin las matemáticas no puede adelantar ninguno de aquellos ramos que exijan conocimiento de la naturaleza, porque sin ellas es imposible conocerlos; sin el dibujo falta el medio necesario para llevar a cabo los proyectos.»¹⁰

Balmes declara que «*toda clase de máquinas dependen inmediatamente de las matemáticas*», i critica la ignorància que tenen d'aquesta ciència en el nostre país els que practiquen uns oficis que la necessiten: mecànics, paletes, fusters, comerciants, agricultors... Als comerciants els dedica un paràgraf específic: «*Un elemento de vida necesario para el comercio es la facilidad y rapidez de las comunicaciones y transportes, y ¿podrá lograr ninguno de esos extremos sin buenos ingenieros para la construcción de bien calculados caminos y bien dirigidos canales con que se faciliten la comunicación entre las provincias para el cambio de los respectivos artículos y la conducción de las mercancías sobrantes a las fronteras y a las playas?*». I, finalment, Balmes conclou amb una afirmació taxativa que té ressons galileans:¹¹

10. *Idem*, p. 164.

11. Recordem que Galileu considerava la natura com «un llibre escrit en el llenguatge de les matemàtiques», i més tard s'ha mostrat que aquest llenguatge és l'escaient per expressar la ciència. Vegeu MASSA, M. Rosa; PUIG-PLA, Carles. «Consideracions entorn a la interacció de les matemàtiques i les altres ciències». A: *Actes de la VI Trobada d'Història de la Ciència i de la Tècnica*. Barcelona: SCHCT, 2002, p. 195-199.

*«las matemáticas son la llave general para todas las ciencias naturales, un medio necesario para todas las operaciones que exijan conocimiento de su naturaleza, porque la naturaleza no revela sus secretos a quien la pregunta desposeído de la geometría y del cálculo, y sus producciones se resisten al manejo de quien no se haya preparado con la adquisición de tan poderosos auxilios. Nada hay más matemático que la misma naturaleza».*¹²

Balmes continua amb una oda a les matemàtiques, elles es troben en el moviment d'una pedra que sembla que executi un moviment casual i sense regla, però no és així, el moviment és constant i descriu una corba anomenada paràbola. La llum, el so, els astres, els cometes, tots es mouen seguint les lleis de la geometria, aquestes regles s'han de conèixer i a més cal pensar que el fet de conèixer aquestes investigacions no ens apartarà del camí religiós. I aquí Balmes passa a citar grans científics com ara Descartes, Pascal, Fermat, Cavalieri, Malebranche, Leibniz, Newton..., que van aportar teories fonamentals per al desenvolupament de la ciència i, a la vegada, mai no van deixar de creure en una intel·ligència divina.

3.3. Idees de Balmes sobre l'aritmètica, l'àlgebra i la geometria

Balmes presenta l'aritmètica en la seva *Memoria* com una part de la matemàtica «tan sencilla en sí misma como extensa y útil en sus aplicaciones». Assenyala que és ensenyada de manera miserable, ja que s'hi inverteix molt temps en càlculs i si no es fixen amb claredat els fonaments de les quatre regles no es retenen a la memòria. Recorda que per entrar a l'escola (la Catedral de Vic) és obligatori que els alumnes sàpiguen les quatre regles, tanmateix recomana que el professor comenci per explicar els sistemes de numeració i la definició de cadascuna de les operacions, exclamant «pues, entendidos perfectamente estos dos puntos, se sabe ya más de la mitad de la aritmética».¹³ Tot seguit parla dels trencats en els quals s'ha d'invertir una o dues lliçons en «hacer sensible, palpable la verdadera idea del quebrado». I així desapareixen totes les dificultats, també amb els nombres denominats,¹⁴ les regles de tres directes, inverses, simples, compostes... Si s'han entès completament aquests punts s'esvaeixen totes les dificultats.

Per altra banda, si comparem les idees de Balmes sobre l'aritmètica amb el llibre de text que s'emprava podem apreciar que Vallejo dedica 85 pàgines a la part d'aritmètica i també se centra en les quatre regles, els trencats i els nombres denominats.

Pel que fa a l'àlgebra, el primer que observem és que Vallejo en el *Compendio*¹⁵ l'ordena després de l'aritmètica, abans de la geometria elemental, i la considera una part fonamental de les matemàtiques.¹⁶

12. BALMES, *Discurso inaugural...*, op. cit., p. 168.

13. *Idem*, p. 143-144.

14. «Se llaman números denominados los que constan de unidades de diferentes especies relativas todas a un mismo género» (VALLEJO, op. cit., p. 80).

15. VALLEJO, op. cit., p. 119-300.

16. Aquesta apreciació és important ja que el procés d'algebrització de les matemàtiques va ser llarg i costós. La seva evolució va ser lenta i desigual. Vegeu estudis sobre aquest procés a MASSA-ESTEVE, M. Rosa. «Las relaciones entre el álgebra y la geometría en el siglo XVII». *Llull*, núm. 24 (2001), p. 705-725

Balmes, seguint a Vallejo, lloa les excel·lències de l'àlgebra, «*es sin duda la parte más admirable de las matemáticas*», i explica que l'avenç que s'ha produït en les matemàtiques es deu en gran part a l'àlgebra, que ha influït en totes les seves parts i les ha perfeccionat i engrandit:

*«tal adelanto se debe en gran parte a este precioso descubrimiento, que, extendiendo por todas ellas su mágica influencia, y señoreándose por todas partes, las ha llevado al más alto grado de perfección y engrandecimiento.»*¹⁷

Balmes enumera els punts que s'han d'aclarir en el seu ensenyament, en primer lloc la naturalesa dels signes positius i negatius. Recorda a D'Alembert¹⁸ com «*uno de los matemáticos más ilustres de Francia*», que es preguntava seriosament si les quantitats negatives eren més petites que zero. Matisa Balmes que les dues idees bàsiques a comprendre són el zero i les quantitats negatives. Si el zero es pren per res i el signe negatiu vol dir treure, és clar que «*a nada no se puede quitar nada*». En canvi, si se suposen les quantitats unes en un sentit i les altres en l'oposat, i s'entén per zero el principi d'elles, llavors es pot dir amb propietat que les quantitats negatives són més petites que zero. Cita a continuació dos catedràtics, Nicolai de Padua (Nicolaus Bernoulli, 1687-1759) i Julio Borremani, que van discutir sobre els fonaments de l'àlgebra a causa de les dificultats de comprensió de les quantitats negatives.¹⁹

La teoria dels exponents negatius, útils per treballar amb logaritmes, i les quantitats imaginàries són els altres dos punts que assenyala Balmes que s'han d'aclarir bé, ja que són dificultosos per entendre l'àlgebra. Balmes aclareix que les regles de tres, de companyia, etc. poden explicar-se per procediments algebraics o aritmètics, encara que els primers són més generals, mostren la raó dels procediments i són més fàcils de memoritzar:

*«pero los primeros, presentándose con toda la generalidad posible, fijan más puntualmente las ideas, ofreciendo campo para desenvolver con más desembarazo las relaciones y propiedades de las cantidades y para señalar la razón de los procedimientos. Teniendo, además, la ventaja de que, expresándolo todo con sencillez y claras fórmulas se retienen con más facilidad en la memoria el total de las reglas y los principios en que éstas se fundan.»*²⁰

i MASSA-ESTEVE, M. Rosa. «Symbolic language in early modern mathematics: The *Algebra* of Pierre Hérigone (1580-1643)». *Historia Mathematica*, 35 (2008), p. 285-301.

17. BALMES, *Discurso inaugural...*, op. cit., p. 145.

18. Jean Le Rond D'Alembert (1717-1783) va contribuir a la unificació racional de la mecànica en tant que ciència del moviment dels cossos materials. L'anàlisi dels processos d'abstracció i de modelització que opera la ciència en l'estudi dels moviments, així com l'examen crític i detallat de la racionalitat dels conceptes i principis fonamentals de la mecànica, van ser tractats per D'Alembert en la seva obra *Traité de dynamique* (1743). Amb l'edició de l'*Encyclopédie* (1754) ja es va centrar activament en la difusió crítica del saber racional. El seu *Discours préliminaire* i els seus articles en aquesta monumental obra constitueixen una profunda reflexió epistemològica i filosòfica sobre el coneixement científic i tècnic.

19. Borremani, segons Balmes, catedràtic de l'Acadèmia Militar de Nàpols, va desfer les dificultats que li va plantejar Nicolai. No hem trobat referències sobre Borremani. En canvi, sabem que efectivament Bernoulli va ocupar la Càtedra de Galileu de Pàdua el 1716, lloc que prèviament havia ocupat Hermann. Va romandre a Itàlia fins al 1722, quan va retornar a la Universitat de Basilea.

20. BALMES, *Discurso inaugural...*, op. cit., p. 147.

Conclou les seves explicacions sobre l'àlgebra aconsellant no fer grans quantitats de problemes, sinó dedicar temps a explicar amb cura els principis. Però més endavant retorna a l'àlgebra assenyalant la gran troballa de Vallejo respecte a la solució de les equacions. De fet, Vallejo ja anuncia en el pròleg del primer volum²¹ el seu nou mètode per trobar arrels reals de les equacions numèriques de tots els graus i també uns paràgrafs amb idees generals sobre la resolució de les equacions superiors al segon grau. També afirma que el seu mètode permet saber el nombre d'arrels reals compreses entre dos nombres.

La part de geometria elemental la centra bàsicament en la manca de rigor d'algunes demostracions, posant com a exemple la inscripció i circumscripció de figures, i remet a la demostració de Vallejo.²² Balmes argumenta que Vallejo va ser el primer que presentà les veritables demostracions pel que fa a aquesta qüestió:

«Cuando se trata de demostrar que la diferencia entre la superficie de la pirámide inscrita en el cono y la de la circunscrita puede llegar a ser menor que cualquier cantidad dada, que lo mismo puede suceder con respecto a la diferencia entre la superficie del cuerpo circunscrito y la del cuerpo inscrito en una esfera, o la diferencia de los volúmenes de dos cuerpos, el uno inscrito y el otro circunscrito a una esfera; no será difícil hacerlo como divisar y sentir de un modo vago y grosero: y aun podrán hacerse para ello algunos raciocinios, que al parecer no dejarían ninguna duda sobre la materia: y, no obstante, el señor Vallejo no vacila en afirmar que hasta el día, es decir, hasta que él ha señalado el verdadero camino para la demostración, estas proposiciones habían estado sin apoyo alguno por ser insuficientes los métodos que se habían adoptado para demostrarlas.»²³

3.4. «Observaciones acerca de algunas proposiciones que sienta Vallejo en su tratado de álgebra, con la demostración de un nuevo caso de igualdad y otro de semejanza de triángulos»²⁴

A la tercera edició del *Compendio de Matemáticas* (1835), en l'apartat de Geometria, Vallejo presenta tot un seguit de demostracions de triangles semblants. En l'escoli 4, paràgraf 331 del primer volum, enuncia: «*Dos triángulos son semejantes cuando tienen un ángulo igual y los lados opuestos a dicho ángulo son proporcionales con las perpendiculares que se les tiren desde dichos ángulos*».²⁵ En la demostració d'aquesta semblança, Vallejo fa servir la següent implicació: «una determinada proporció composta es pot descompondre en dues proporcions simples», la qual cosa és falsa. Cal dir que la semblança de triangles enunciada és certa, el que és fals és l'argumentació de la demostració de Vallejo. Balmes en les seves notes comença descrivint la falsedat de l'argument:

21. VALLEJO, *op. cit.*, p. VI.

22. *Idem*, p. 370-373.

23. BALMES, *Discurso inaugural...*, *op. cit.*, p. 149.

24. Es podria també analitzar l'observació referida als límits, que deixarem per a una altra ocasió.

25. VALLEJO, *op. cit.*, p. 410.

«OBSERVACIONES A UNA DEMOSTRACIÓN DE VALLEJO

Vallejo, en su Compendio de Matemáticas, edición 1835, § 331, esc. 4, pág. 359, raciocina del modo siguiente en el supuesto de tener $AD : BC = ad : bc$.

Si los dos primeros términos de la proporción del supuesto los multiplicamos por AB y los otros dos por ab se nos convertirá en $AD \cdot AB : BC \cdot AB = ad \cdot ab : bc \cdot ab$

Esta proporción compuesta la podremos descomponer (190) en las dos proporciones simples siguientes: $AD : AB = ad : ab$ y $AB : BC = ab : bc$.²⁶

Al paràgraf 190, en efecte, Vallejo enuncia que donada una proporció, si multipliquem els termes de la primera raó per un mateix nombre i els termes de la segona raó també per un altre nombre, llavors les noves raons així multiplicades són proporcionals. Però al paràgraf 190 en cap cas diu que aquesta nova proporció doni lloc a dues noves raons simples; en canvi, Vallejo ho utilitza per a la demostració dels teoremes de semblança de triangles del paràgraf 331. Balmes s'adona que de fet Vallejo només mostra la implicació directa i ho explica:

«En contra de tal raciocinio pueden hacerse al parecer las reflexiones siguientes: En el párrafo 190 se dice que, si dos o más proporciones se multiplican ordenadamente, el resultado será una proporción; más no se afirma allí, ni pudiera afirmarse, que, si teniendo una proporción, se descomponen sus términos en factores, y éstos se ponen en tal orden que, multiplicados ordenadamente, vuelvan a dar la proporción, ya se siga de aquí que los factores puestos en dicho orden están también en proporción; y esto es cabalmente lo que necesitábamos y lo que allí no se dice y, repito, que ni decirse podía.»²⁷

Balmes no únicament reflexiona sobre l'argument, sinó que corrobora la falsedat d'aquesta afirmació de Vallejo mostrant:

«En efecto, sea $a : b = c : d$, será también $am : bm = cn : dn$, más no por eso tendremos $a : m = c : n$, ni, $m : b = n : d$, porque alternando en ambas sería $a : c = m : n$ y $m : n = b : d$ resultados falsos porque la razón $a : c$ lo mismo que $b : d$ son razones fijas, pues que son razones de cantidades dadas, cuando la razón $m : n$ puede ser una cualquiera, pues que, sean cuales fueren, con tal que se multipliquen los dos términos de la razón por una misma cantidad, satisfarán siempre a lo que se necesita.»

Però Balmes va més enllà; primer posa un contraexemple numèric i després aplica aquesta propietat a la demostració de semblança de triangles, mostrant que

26. Aquestes observacions apareixen en el volum VIII de les obres completes de Balmes dins de l'apartat de «Notas sobre algunas cuestiones de geometría y de física», BALMES, Jaime. *Obras completas*. 1950, p. 640-643. Segons el compilador aquestes notes eren inèdites a la mort de Balmes i van ser publicades per primera vegada dins dels *Escritos póstumos* a les pàgines 325, 331 i 332, com a paràgrafs inclosos sota el títol general: «Observaciones acerca de algunas proposiciones que sienta Vallejo en su tratado de álgebra, con la demostración de un nuevo caso de igualdad y otro de semejanza de triángulos».

27. BALMES, *Obras completas*, op. cit., p. 640.

si aquest raonament fos cert obtindríem un resultat absurd. Veiem la comprovació numèrica que explica Balmes:

«Para que esto se palpe hagamos una comprobación numérica: sea $AD = 12$, $BC = 16$, $ad = 6$, $bc = 8$, y tendremos $12 : 16 = 6 : 8$. Si ahora suponemos $AB = 7$, $ab = 3$, será $12 \cdot 7 : 16 \cdot 7 = 6 \cdot 3 : 8 \cdot 3$ lo que, según el autor (Vallejo) nos daría las dos siguientes: $12 : 7 = 6 : 3$ y $7 : 16 = 3 : 8$ resultados absurdos.»

Tot seguit passa a explicar l'absurd d'aquesta afirmació amb lletres que representen els costats de dos triangles. Balmes relaciona el raonament amb el resultat absurd de mostrar que «dos triangles amb dos costats proporcionals sempre són semblants», la qual cosa no és necessàriament certa, ja que s'han de tenir en compte els angles compresos entre els costats. Veiem com ho raona Balmes:

«Aún hay más, si de $AD \cdot AB : BC \cdot AB = ad \cdot ab : bc \cdot ab$ salen las proporciones: $AD : AB = ad : ab$ y $AB : BC = ab : bc$, si suponemos que la del supuesto $AD : BC = ad : bc$ se multiplica por AC y ac y en vez de AB y ab , en lo que no hay ni puede haber inconveniente, tendremos $AD \cdot AC : BC \cdot AC = ad \cdot ac : bc \cdot ac$ y aplicando el raciocinio del autor será $AD : AC = ad : ac$ y además tendremos $AC : BC = ac : bc$. Ahora bien, la primera de las [igualdades] alternada dará $AD : ad = BC : bc$ y alternando también la [segunda] será $AD : ad = AC : ac$ luego tendremos

$AB : ab = BC : bc = AC : ac$

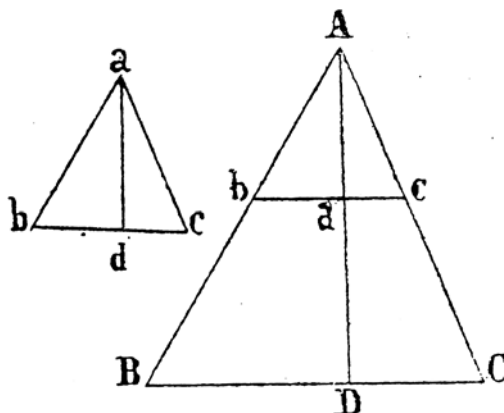
Resultado que nos diría que los triángulos son semejantes aún sin suponer iguales los ángulos $BAC = bac$, lo que es falso, pues que si no se exigiera $BAC = bac$ se pueden construir muchos triángulos que tengan la condición $AD : BC = ad : bc$, y sin embargo, no sean semejantes.

Ya se deja suponer que el que escribe estas líneas no se atreverá a decir que Vallejo se haya equivocado y que ceta que estas dificultades nazcan de la escasez de inteligencia del que las opera; no obstante, quedaría muy agradecido el infrascrito a quien se las deshiciese.»

Tot seguit Balmes, en aquestes notes, fa una demostració correcta d'aquest teorema de semblança de triangles, amb un raonament que no utilitza les proporcions compostes abans esmentades, sinó que empra la geometria i superposa els triangles (vegeu fig. 2).²⁸ De les cartes al seu amic Roca es dedueix que Balmes esperava que Vallejo rectificqués en conèixer la seva demostració, però no va ser així i en la quarta edició apareix la mateixa errada.²⁹

28. *Idem*, p. 642-643.

29. Balmes escriu el 5 de juny de 1838 al seu amic Roca: «Viendo cuánto es el orgullo de los hombres, casi estoy tentado de no escribir a Vallejo; que se equivocó, me parece cierto: la verdadera demostración no se la necesito, porque ya la sé...». BALMES, *Obras completas*, op. cit., p. 635.

Figura 2. Demostració correcta de Balmes.³⁰

4. Algunes reflexions

Balmes, uns anys més tard, en la seva revista *La Sociedad*, quan parlava del progrés a Catalunya continuava lloant la seva riquesa i la seva florida indústria envers Espanya:

«Cuando se pasa de Cataluña al extranjero, nada se observa que no sea una especie de continuación de lo que aquí se ha visto. Diríase que el viaje se hace dentro de una misma nación, de una a otra provincia; pero al salir del Principado para lo interior de España, entonces parece que en realidad se ha dejado la patria y se entra en países extraños. [...] Cataluña se halla en un estado excepcional con respecto a las demás provincias, así en lo tocante a la riqueza pública como en lo relativo a las ideas, costumbres, hábitos e índole de los habitantes. En brevísimo tiempo, se han levantado como por encanto en su populosa capital, cien y cien establecimientos fabriles, se han puesto en circulación cuantiosos capitales, el resto del principado participa en el movimiento; y en el mediodía de Europa se ha presentado el singular fenómeno, tanto más notable cuanto más aislado, de una provincia industriosa y floreciente semejante a las que admira el viajero en los países del Norte.»³¹

Balmes creia en el progrés i creia que la formació dels ciutadans era bàsica per tal que les indústries es desenvolupessin encara més.

Els seus escrits ens fan palesa la importància de què gaudien les matemàtiques a la societat catalana de mitjan segle XIX. La creació de la Càtedra de Matemà-

30. BALMES, *Obras completas*, op. cit., p. 643.

31. *La Sociedad*. Revista filosófica política y literaria por D. Jaime Balmes, presbítero. Barcelona, 4ª edición, 1873.

tiques impulsada per la societat vigatana ens mostra també que tot i que Vic era una ciutat de la Catalunya endins no estava aïllada i les idees sobre el comerç i la indústria dels seus ciutadans incloïen una perspectiva europea similar a la dels industrials barcelonins.

Un altre punt que mereix reflexió és la formació matemàtica de Balmes. La Universitat de Cervera creada pels Borbons (1714) a partir del trasllat de la Universitat de Barcelona gairebé semblava no haver format científics. S'hauria d'analitzar, ja que amb la visió de Balmes com a científic i com a amant del progrés d'alguna manera aquesta idea esdevé més feble.

Balmes ens mostra que el coneixement de les matemàtiques per part dels ciutadans representava un dels pilars de la societat i el seu ensenyament havia de ser clar i rigorós. Llegir les pàgines on Balmes explica com ensenyar les diferents parts de les matemàtiques ens fa pensar en un científic, que intenta justificar acuradament quines parts s'han d'ensenyar, i també en un professor, preocupat per trobar el mètode d'ensenyament més apropiat i útil per a cada part.

Pel que fa al seu coneixement matemàtic està clar que Balmes no únicament va llegir l'obra de Vallejo i la va utilitzar a les seves classes, sinó que fins i tot va comprovar-ne i rectificar-ne les demostracions, com hem pogut veure a la secció anterior. El rigor i l'exactitud en els procediments va ser una de les seves virtuts i una de les seves preocupacions.

Aquesta contribució continuadora de les de Lusa, Núñez i altres voldria obrir noves perspectives pel que fa a les idees matemàtiques d'aquesta època i també pel que fa a l'anàlisi més profunda de les relacions entre les matemàtiques de Vallejo i les de la Càtedra de Matemàtiques de Vic.